

R-структура вихря Абрикосова /Нобель-2003

Рогожкин В.В., к.ф-м.н. и Житомирский М.А., студент СПбПУ.

ВВЕДЕНИЕ

Точным аналитическим решением «уравнения токов» для вихря Абрикосова [1] найдены напряженность магнитного поля $h(\rho)$, плотность тока $j(\rho)$ и параметр порядка $f(\rho)$ в массивном сверхпроводнике с произвольным значением $\kappa > 0,707$, удовлетворяющие граничным условиям, условию квантования и лондоновской асимптотике $h_L(\rho, \kappa \gg 1) = K_0(\rho)/\kappa$.

1. ЗАДАЧА

Найти аналитическое решение «уравнения токов» [1] в феноменологической теории Гинзбурга-Ландау (ГЛ) для одиночного вихря Абрикосова с одним квантом магнитного потока в массивном сверхпроводнике с параметром $\kappa > 0,707$ ($2^{-1/2}$) для безразмерных значений напряженности магнитного поля $h=h(\rho)$, плотности тока $j=j(\rho)$, параметра порядка $f=f(\rho)$:

$$(\rho \cdot h' / f^2)' / \rho = h. \quad (1)$$

Граничные условия для функций h и f очевидны [1]:

$$f(0) = 0; h(0) = \text{const}; \quad (2)$$

$$(\rho \cdot h' / f^2)'_0 = -1/\kappa, \quad (3)$$

$$f(\infty) \rightarrow 1; h(\infty) \rightarrow 0; h'(\infty) \rightarrow 0, \quad (4)$$

2. РЕШЕНИЕ

Точным аналитическим решением «уравнения токов» (1) с граничными условиями (2 ÷ 4) являются следующие функции:

$$f_R = \rho / (\rho^2 + \kappa^2)^{1/2}, \quad (5)$$

$$h_R = K_0[(\rho^2 + \kappa^2)^{1/2}] / K_1(\kappa^{-1}), \quad (6)$$

$$h_R(0) = K_0(\kappa^{-1}) / K_1(\kappa^{-1}). \quad (7)$$

Плотность сверхпроводящего тока в зоне вихря:

$$J_R = |h_R'| = \rho \cdot K_1[(\rho^2 + \kappa^2)^{1/2}] / [(\rho^2 + \kappa^2)^{1/2} \cdot K_1(\kappa^{-1})]. \quad (8)$$

где K_0 и K_1 - модифицированные функции Бесселя целого порядка (функции Макдональда [2]).

Легко убедиться в правильности выбранных решений, подставив функции (5) и (6) в уравнение (1) и применив тождества для функций Макдональда [2].

3. ГРАФИКИ

На Рис.1 и 2 представлены графики напряженности магнитного поля $h_R(\rho)$ и $h_L(\rho)$, параметра порядка $f_R(\rho)$ и плотности сверхпроводящего тока $J_R(\rho)$ для сверхпроводников с параметрами $\kappa = 1$ и $\kappa = 10$.

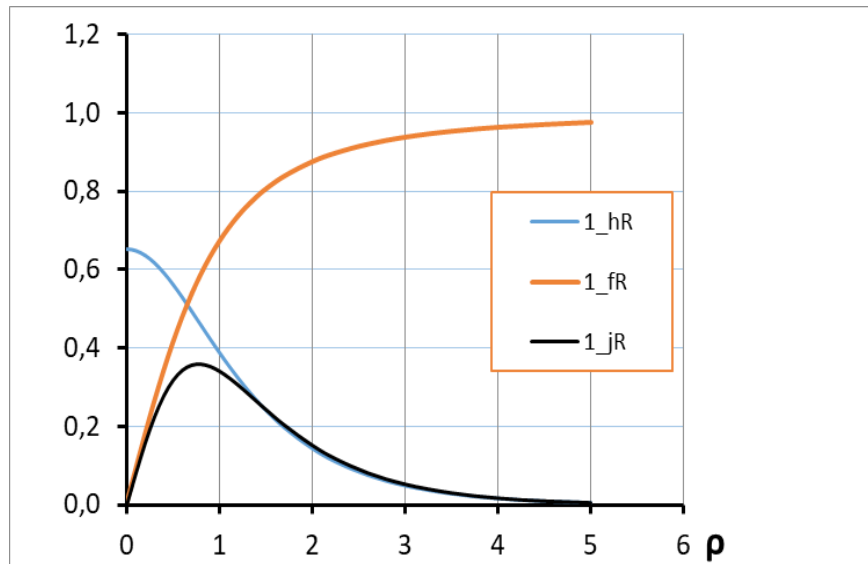


Рис.1

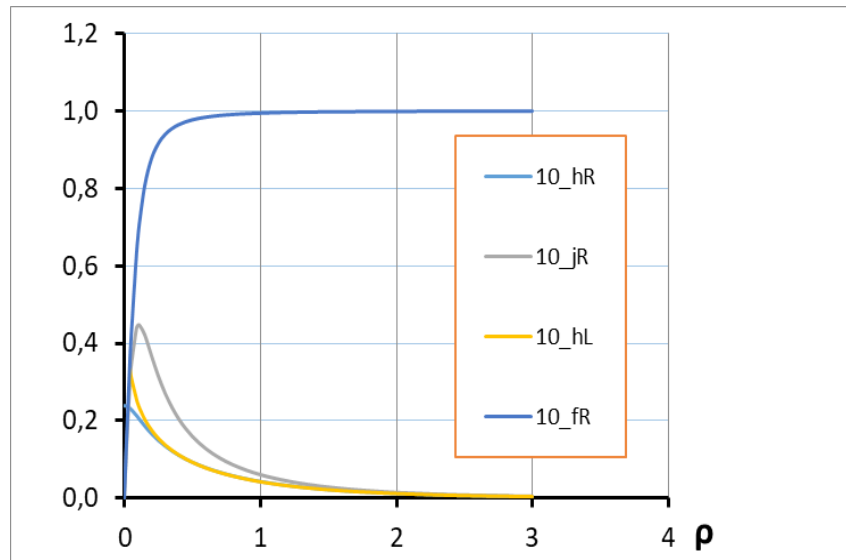


Рис.2

Максимальное значение плотности сверхпроводящего тока $J_{Rm} \approx 0,40 \div 0,50$ соответствует расстоянию от оси вихря $\rho_m \approx \kappa^{-1}$:

4. АСИМПТОТИКИ

Полученные решения h_R , f_R и J_R «уравнения токов» вихря Абрикосова (1) замечательны тем, что действительны для любых $\kappa > 0,707$ и $\rho > 0$, а при $\kappa \gg 1$ или при $\rho \ll 1$ асимптотически переходят в известные ограниченные решения Лондонов h_L и Абрикосова h_A и f_A ([1], p.68, 69):

$$h_R = K_0[(\rho^2 + \kappa^{-2})^{1/2}] / K_1(\kappa^{-1}) = (\text{при } \kappa \gg 1) \approx K_0(\rho) / \kappa = h_L(\rho),$$

$$h_R(0) = K_0(\kappa^{-1}) / K_1(\kappa^{-1}) = (\text{при } \kappa \gg 1) \approx \ln \kappa / \kappa = h_A(0),$$

$$f_R = \rho / (\rho^2 + \kappa^{-2})^{1/2} = (\text{при } \rho \ll 1) \approx \kappa \cdot \rho = f_A(\rho \ll 1).$$

ВЫВОДЫ

1. Аналитические функции $h_R(\rho)$, $J_R(\rho)$ и $f_R(\rho)$ являются **точными** решениями уравнения Абрикосова, удовлетворяющими:

- всем граничным условиям для вихря Абрикосова;
- условию квантованию магнитного потока вихря Абрикосова, для любого значения параметра $\kappa > 0,707$.

2. Найденные решения представляют **новую** R-структуру вихря Абрикосова Алексея Алексеевича, лауреата Нобелевской премии по физике 2003 года. R-структура вихря принципиально отличаются от грубых «модельных» приближений типа «кern» и других известных [1] физических моделей вихря Абрикосова отсутствием нефизических особенностей у аналитических функций.

ССЫЛКИ:

[1] Сан-Жам Д., Сарма Г., Томас Е. Сверхпроводимость второго рода. – М.: Мир, 1970. – 286 с.

[2] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т.2. – М.: Наука, 1974. – 295с.